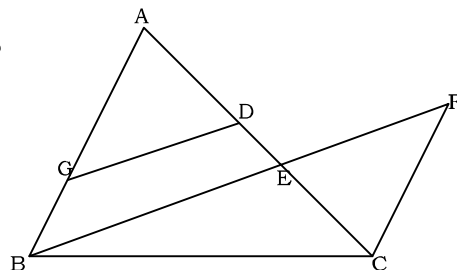
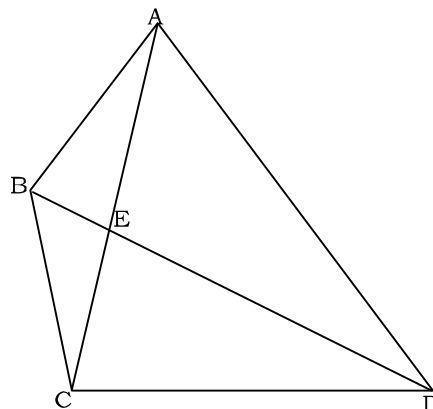


71 証明問題(合同証明 4)

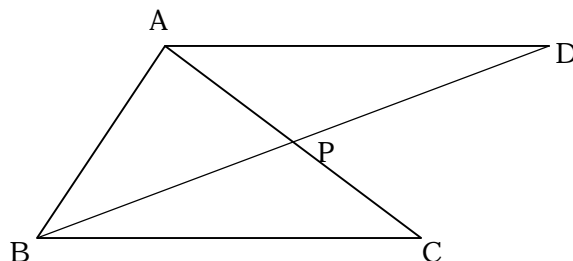
1. 右の図で $AB \parallel CF$, $AG=CF$, $AD=CE$ のとき $GD \parallel BF$ となることを証明しなさい。



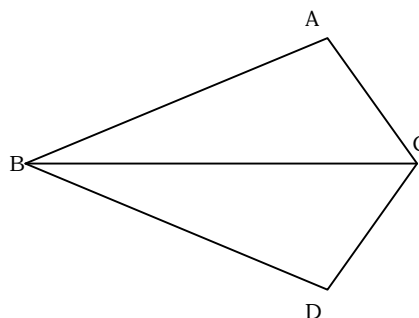
2. 右の図で BD は $\angle ADC$ の二等分線で、 $ED=CD$ 、 $\angle CAD=\angle CBD$ である。
このとき $AD=BD$ となることを証明しなさい。



3. 右の図で $\triangle ABC$ の辺 AC の中点を P として線分 BP の延長線上に $BP=DP$ となるような点 D をとる。
このとき $AD \parallel BC$ となることを証明しなさい。



4. 右の図で BC は $\angle ABD$ の二等分線である。
 $\angle BAC=\angle BDC$ のとき $AC=DC$ となることを証明しなさい。



72 答

1.

 $\triangle AGD$ と $\triangle CFE$ において

$$AG=CF \text{ (仮定)}$$

$$AD=CE \text{ (仮定)}$$

$$\angle GAD=\angle FCE \text{ (平行線の錯角)}$$

よって二辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle AGD \equiv \triangle CFE$$

$$\text{対応する角が等しいので } \angle ADG=\angle CEF \dots \textcircled{1}$$

$$\angle DEB=\angle CEF \text{ (対頂角)} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}、\textcircled{2} \text{より } \angle ADG=\angle DEB$$

同位角が等しいので $GD \parallel BF$

2.

 $\triangle ADE$ と $\triangle BDC$ において

$$\angle ADE=\angle BDC \text{ (BD は } \angle ADC \text{ の二等分線)} \dots \textcircled{1}$$

$$\angle EAD=\angle CBD \text{ (仮定)} \dots \textcircled{2}$$

$$\angle AED=180-\angle ADE-\angle EAD \text{ (三角形の内角の和は } 180^\circ \text{)} \dots \textcircled{3}$$

$$\angle BCD=180-\angle BDC-\angle CBD \text{ (三角形の内角の和は } 180^\circ \text{)} \dots \textcircled{4}$$

 $\textcircled{1}、\textcircled{2}、\textcircled{3}、\textcircled{4}$ より

$$\angle AED=\angle BCD \dots \textcircled{5}$$

$$ED=CD \text{ (仮定)} \dots \textcircled{6}$$

 $\textcircled{1}、\textcircled{5}、\textcircled{6}$ より一辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ADE \equiv \triangle BDC$$

対応する辺は等しいので $AD=BD$

3.

 $\triangle APD$ と $\triangle CPB$ において

$$DP=BP \text{ (仮定)}$$

$$AP=CP \text{ (P は AC の中点)}$$

$$\angle APD=\angle CPB \text{ (対頂角)}$$

よって二辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle APD \equiv \triangle CPB$$

対応する角は等しいので $\angle PAD=\angle PCB$ 錯角が等しいので $AD \parallel BC$

4.

 $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ において

$$\angle BAC=\angle BDC \text{ (仮定)} \dots \textcircled{1}$$

$$\angle ABC=\angle DBC \text{ (BC が } \angle ABD \text{ の二等分線)} \dots \textcircled{2}$$

$$\angle ACB=180-\angle BAC-\angle ABC \text{ (三角形の内角の和は } 180^\circ \text{)} \dots \textcircled{3}$$

$$\angle DCB=180-\angle BDC-\angle DBC \text{ (三角形の内角の和は } 180^\circ \text{)} \dots \textcircled{4}$$

 $\textcircled{1}、\textcircled{2}、\textcircled{3}、\textcircled{4}$ より

$$\angle ACB=\angle DCB \dots \textcircled{5}$$

$$BC=BC \text{ (共通)} \dots \textcircled{6}$$

 $\textcircled{2}、\textcircled{5}、\textcircled{6}$ より一辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABC \equiv \triangle DBC$$

対応する辺は等しいので $AC=DC$