

103 式による説明 2

1. 奇数と奇数の和は偶数になることを説明しなさい。
2. 7の倍数と7の倍数の和は7の倍数になることを説明しなさい。
3. 5で割ったら2あまる数と、5で割ったら3あまる数の和は5で割り切れることを説明しなさい。
4. 3けたの自然数で各位の数の和が3の倍数なら、この3けたの自然数も3の倍数となる。これを説明しなさい。
5. 各位の数の和が9の倍数になるような2けたの自然数は9で割り切れることを説明しなさい。

104 答

1.

整数と m , n とすると奇数は $2m+1$, $2n+1$ とあらわせる。

$$\begin{aligned} \text{これらの和は } (2m+1)+(2n+1) &= 2m+2n+2 \\ &= 2(m+n+1) \end{aligned}$$

m , n ともに整数なので、 $m+n+1$ も整数であり、 $2(m+n+1)$ は偶数となる。

よって奇数と奇数の和は偶数になる

2.

整数を m , n とすると 7 の倍数は $7m$, $7n$ と表せる。

$$\text{これらの和は } 7m+7n = 7(m+n)$$

m , n ともに整数なので $m+n$ も整数であり、 $7(m+n)$ は 7 の倍数である。

よって 7 の倍数と 7 の倍数の和は 7 の倍数になる

3.

m を整数とすると 5 で割ったら 2 あまる数は $5m+2$ となり、 n を整数とすると 5 で割ったら 3 あまる数は $5n+3$ となる。

$$\begin{aligned} \text{これらの和は } (5m+2)+(5n+3) &= 5m+5n+5 \\ &= 5(m+n+1) \end{aligned}$$

m , n ともに整数なので $m+n+1$ も整数であり、 $5(m+n+1)$ は 5 の倍数なので 5 で割り切れる。

よって 5 で割ったら 2 あまる数と、5 で割ったら 3 あまる数の和は 5 で割り切れる

4.

3 けたの自然数の百の位の数を x 、十の位の数を y 、一の位の数を z とする。

3 けたの自然数は $100x+10y+z$ とあらわせる。・・・①

また、各位の数の和が 3 の倍数なので n を整数として $x+y+z=3n$ とあらわせる。・・・②

②の式を z について解くと $z=3n-x-y$ となりこれを①に代入すると、

$$\begin{aligned} 100x+10y+z &= 100x+10y+(3n-x-y) \\ &= 99x+9y+3n \\ &= 3(33x+3y+n) \end{aligned}$$

x , y , n すべて整数なので $(33x+3y+n)$ も整数であり、 $3(33x+3y+n)$ は 3 の倍数となる。

よって 3 けたの自然数で各位の数の和が 3 の倍数なら、この 3 けたの自然数も 3 の倍数となる。

5.

2 けたの自然数の十の位の数を x 、一の位の数を y とする。

2 けたの自然数は $10x+y$ とあらわせる。・・・①

各位の数の和が 9 の倍数なので n を整数とすると、 $x+y=9n$ とあらわせる。・・・②

②の式を y について解くと $y=9n-x$ となり、これを①の式に代入する。

$$\begin{aligned} 10x+y &= 10x+(9n-x) \\ &= 9x+9n \\ &= 9(x+n) \end{aligned}$$

x , n ともに整数なので $x+n$ も整数であり、 $9(x+n)$ は 9 の倍数となり 9 で割り切れる。

よって各位の数の和が 9 の倍数になるような 2 けたの自然数は 9 で割り切れる