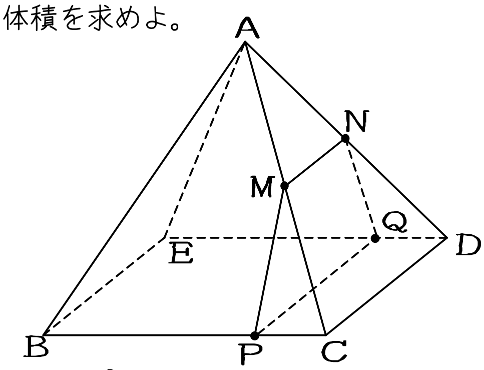
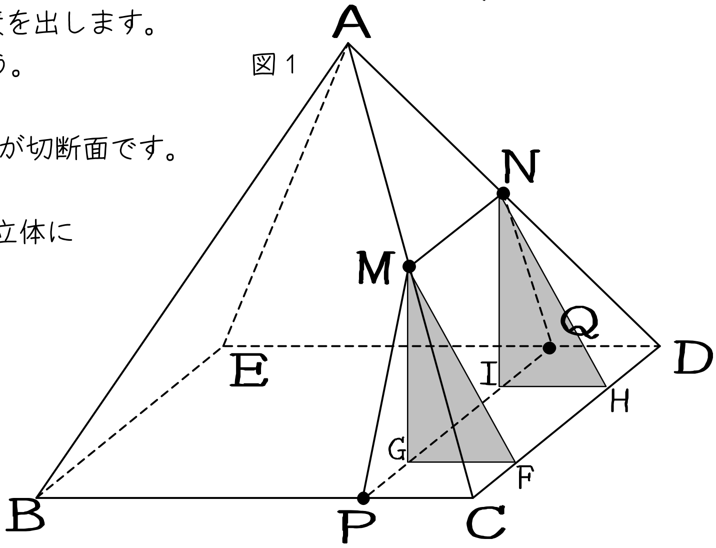
1 図の正四角錐は底面が 1 辺 12cm の正方形でそれ以外の各辺はすべて 10cm である。
辺 AC の中点を M, 辺 AD の中点を N とし、辺 BC, 辺 ED 上にそれぞれ PC=QD=3cm となる点 P, Q をとる。
面 MPQN で正四角錐を 2 つに切断したときにできる小さいほうの立体の体積を求めよ。



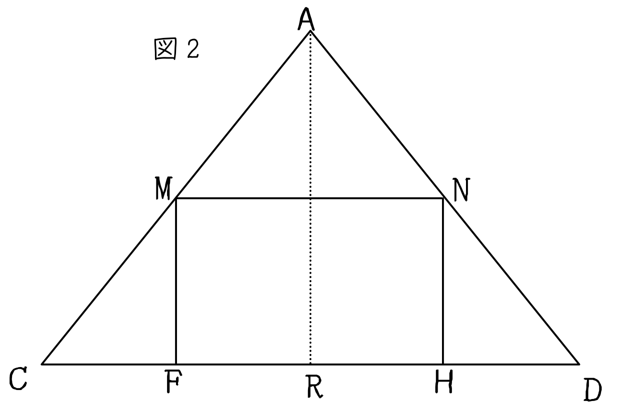
このままの形では体積は出せないので立体を分けて体積を出します。
M を通り面 BCDE に垂直な面でこの立体を切断しましょう。
M から面 BCDE に垂線をおろしその交点を G とします。
GF//BC となるように CD 上に F をとります。この面 MGF が切断面です。
同じように面 NIH でも切断すると
四角錐 MPCFG と三角柱 MGFNIH と四角錐 NIHDQ の 3 つの立体に分かれます。(図 1)

図 1



△ACD を平面図にしたものが図 2 です。
A から CD に垂線を引いて交点を R としています。
M が AC の中点なので F は CR の中点となり
CF=3cm となります。

図 2



四角錐 ABCDE の高さを出しましょう。

△AEC で $EC=12\sqrt{2}$, AE=10 です。A から垂線をおろすと

EC の中点に交わるので垂線の長さを x として三平方の定理に

当てはめると　$x^2+(6\sqrt{2})^2=10^2$　これを解くと $x=2\sqrt{7}$

四角錐 MPCFG の高さは四角錐 ABCDE の半分なので $\sqrt{7}$ cm です。

すると四角錐 MPCFG の体積は $3\times3\times\sqrt{7}\div3=3\sqrt{7}$　四角錐 NIHDQ も同じです。

次に三角柱 MGFNIH です。

$MG=\sqrt{7}$, GF=3, FH=6 なので体積は　$\sqrt{7}\times3\div2\times6=9\sqrt{7}$ となります。

よって求める立体の体積は $3\sqrt{7}+3\sqrt{7}+9\sqrt{7}=15\sqrt{7}$