放物線と図形　解説

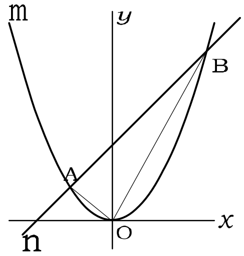
3　図で放物線ｍは $y=\frac{1}{2}x^2$ で、直線ｎは $y=x+12$ である。これらのｸﾞﾗﾌの交点をＡ，Ｂとする。

(1)　ＡとＢの座標を求めなさい。

(2)　△AOB の面積を求めなさい。

(3)　放物線ｍ上のＯからＢの間に点Ｐをとり、△AOB＝△APB とする。
このときＰの座標を求めなさい

(4)　放物線ｍ上のＡからＯの間に点Ｑをとる。△AQB の面積が 40 となるときのＱの座標を求めよ。



(1)　ｍの式 $y=\frac{1}{2}x^2$ にｎの式 $y=x+12$ を代入します。

$x+12=\frac{1}{2}x^2$

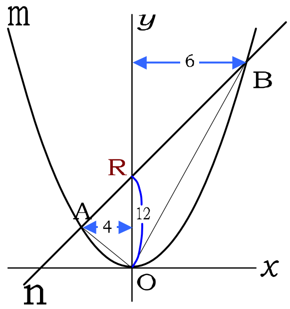
$x^2-2x-24=0$

$(x-6)(x+4)=0$

よって $x=6$，$x=-4$　　　　$x=6$ を $y=x+12$ に代入すると $y=18$，　$x=-4$ を代入すると $y=8$

A(−4，8)，　B(6，18)

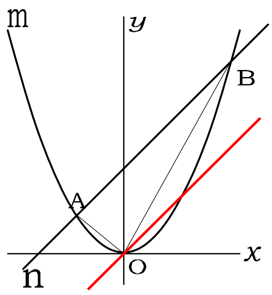
(2)　直線ｎとｙ軸との交点をＲとするとＲ(0, 12)です。△AOB を
△ARO と△ROB の２つに分けてそれぞれ面積をだします。
△ARO は底辺を RO とすると底辺 12，高さ４なので面積 24
△ROB も底辺を RO として底辺 12，高さ６なので面積 36
よって△AOB の面積は 60



(3)　図のように原点Ｏを通り直線ｎと平行な直線(赤い線)を引く。
この赤い直線上に点Ｐ を取れば△AOB=△APB となる。(等積変形)
点Ｐ はは放物線のＯからＢまでの間なので放物線ｍと赤い直線の
交点が求める点Ｐとなる。
赤い直線は直線ｎと平行なので傾き１，原点を通るので切片０

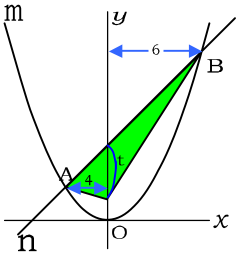
よって $y=x$，　放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ との交点を出すと　(0，0)，(2，2)

点Ｐ の座標(2, 2)



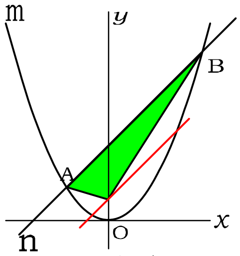
(4)　(3)でやったように等積変形をつかって考えます。

まず下のような面積 40 の
三角形(緑)を作ります。



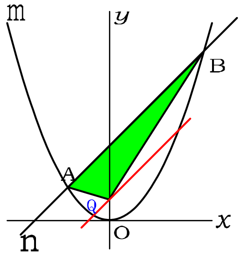
図のように底辺を t とすると
面積は 2t+3t=5t，　5t=40 なので t=8

次にＡ,Ｂ以外の頂点を通り
直線ｎに平行な線を引く



ｎの切片が 12 なので
赤線の切片は 12-8=4

直線と放物線ｍのＡからＯまで
の間の交点がＱ



赤線 $y=x+4$ と放物線ｍの交点
は(−2, 2)と(4, 8)
よってＱ(−2, 2)