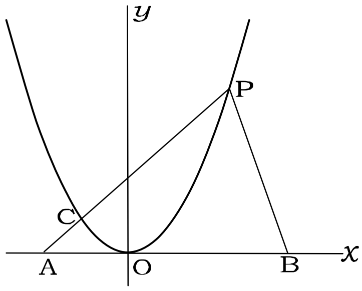
4 図の放物線 $y=\frac{1}{4}x^2$ の $0<x$ の部分に点Pがある。またA(−6, 0), B(10, 0)

直線 AP と放物線との交点を C とする。

(1) △APB の面積が 72 となるときの P の座標を求めよ。

(2) △APB が AP=BP の二等辺三角形になるときの P の座標を求めよ。

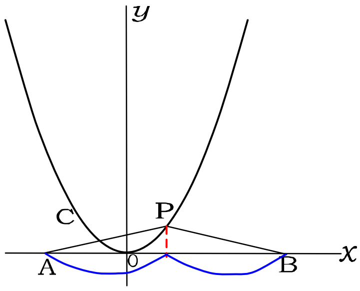
(3) AC:CP=1:3 となるときの C の座標を求めよ。



(1) 底辺を AB とすると底辺 16，高さが分からないので高さ t，すると面積は 16×t÷2=8t
8t=72 より t=9，　P の y 座標が 9 となります。これを放物線の式に代入すると

$9=\frac{1}{4}x^2$　　よって $x=\pm6$ ，　$0<x$ なので $x=6$　P の座標は(6, 9)

(2) AP=BP なので P の x 座標が線分 AB の中点の x 座標と
同じになります。A(−6, 0)，B(10, 0)なので
中点は(2, 0) よって P の座標は(2, 1)



(4) C，P からそれぞれ x 軸に垂線を引き交点をそれぞれ D, E とします。
AC:CP=1:3 なので　AC:AP=1:4 で
△ACD と△APE は相似比 1:4 の相似となります。

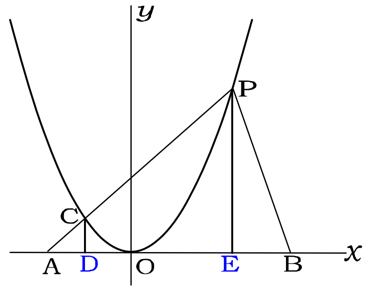
P の座標を$(t, \frac{1}{4}t^2)$とします。

CD:PE=1:4 なので　$CD=\frac{1}{16}t^2$

C の y 座標が $\frac{1}{16}t^2$ となりこれを放物線の式に代入すると

$\frac{1}{16}t^2=\frac{1}{4}x^2$

$x=\pm\frac{1}{2}t$　　C の x 座標は負なので $x=-\frac{1}{2}t$



$AD=-\frac{1}{2}t-(-6)$，$AE=t-(-6)$，　AD:AE=1:4 なので　$4\times\{-\frac{1}{2}t-(-6)\} = t-(-6)$，

これを解くと t=6，　よって C の座標は$(-3, \frac{9}{4})$